1ère baccalauréat en Sciences Vétérinaires

Biostatistiques – Travaux dirigés

Séance de TD n°1 : Corrigé

1. Chez le porc, la couleur blanche de la robe (II: Landrace) domine le tacheté pie-noire (ii: Piétrain). Deux hybrides de première génération sont croisés entre-eux et donnent 7 descendants.
Quelle est la probabilité que l'on ait, parmi ceux-ci, moins de 3 individus blancs ?

REPONSE :

Loi binomiale : P (r<3) = P(r = 0) + P(r = 1) + P(r = 2)= **0,01288**

2. En race de Moyenne et Haute Belgique, on observe 3 phénotypes de robe: blanche, noire et bleue, correspondant respectivement aux génotypes NN, nn et Nn. Un taureau bleu est croisé avec 3 vaches bleues; quelle est la probabilité que, parmi les 3 produits, il y ait un blanc ?

REPONSE :

Loi binomiale : P (r=1) = **0,421875**

3. D'un jeu de 32 cartes, X tire une carte et la replace dans le jeu. A son tour, Y tire une carte. Quelle est la probabilité que tous deux aient tiré la même carte ?

REPONSE :

Tirage de Y indépendant de X.

p = **1/32**

4. On jette deux fois consécutivement une paire de dés. Quelle est la probabilité d'avoir une fois 5 (somme obtenue avec les deux dés) ? Au moins une fois 5 ? Deux fois 5 ?

REPONSE :

a. Probabilité d’avoir une fois 5 (somme obtenue avec les 2 dés) = **0,1975**
b. Probabilité d’avoir au moins une fois 5 = **0,20987654**
c. Probabilité d’avoir deux fois 5 = **0,01234**

5. Un variant génétique a, dans une population, la fréquence de 5 pour mille. Combien d'animaux doit-on examiner pour avoir 9 chances sur 10 de rencontrer au moins une fois ce variant ?

REPONSE :

Loi binomiale : P (r > 0)= 0,9 => P(r = 0) = 1-0,9=0,1

OU

Loi poisson : P(k > 0) = 0,9 => P(k = 0) = 1-0,9 = 0,1 (Rappel : m = n*p)

⇨ n = **460 animaux**

6. Vous cherchez à déterminer si le nouveau test antigénique « rapide » pour la détection de la leucose féline (due au virus de l'immunodéficience féline) est suffisamment fiable, par rapport à un test de référence réalisé en laboratoire (« gold standard », pour lequel la sensibilité et la spécificité du test sont 100%). Sur les 300 chats testés, 8 ont présenté à la fois un test rapide et une analyse en laboratoire positifs. 12 ont eu un test positif en laboratoire et 10 ont eu un test rapide positif.

a) Quelle est la prévalence de la maladie dans cet échantillon ?
b) Quelles sont les spécificité et sensibilité de ce test ?
c) Quelle est la Valeur Prédictive Positive ?

REPONSE :

a) Prévalence = 4%
b) Sensibilité = 66,7 % ; spécificité = 99,3 %
c) VPP = 0,8

7. 60 % des œufs de parasites entament leurs divisions cellulaires dans un certain milieu de culture. Quelle est la probabilité que, sur 8 œufs, 6 et plus aient commencé à se diviser?

REPONSE :

Loi binomiale : P (r > = 6)= P(r = 6) + P(r = 7) + P(r = 8)= **0,3154**

8. Considérant des nichées de 10 porcelets et en admettant une égale proportion des sexes, quelle est la probabilité qu'une nichée au hasard contienne plus de 7 mâles ?

REPONSE :

Loi binomiale : P (r > 7)= P(r = 8) + P(r = 9) + P(r = 10)= **0,05469**

9. Des cas de maladies sont recensés dans une série d'étables, et ont donné les résultats suivants:

Animaux malades	**Fréquence**
0	2
1	9
2	26
3	20
4	16
5	8

On demande de calculer le nombre d'exploitations, le nombre moyen d'animaux malades, la variance, la déviation standard, le coefficient de variation. Si l'effectif moyen d'une ferme est de 15 animaux, calculez la probabilité qu'un animal pris au hasard dans une des fermes de l'expérience soit malade.

REPONSE :

Nombre d'exploitation : **81**

Nombre moyen d'animaux malades = **2,778**

Variance = **1,55**

Déviation standard = **1,2449**

Coefficient de variation = **44,8196 %**

Probabilité d'avoir un animal malade = **0,1852**

10. Dans une solution homogène, la présence d'un virus à cloner est estimée à 1 par 100ml. Un expérimentateur, prélevant 10 ml, espère obtenir 0 ou 1 virus, mais pas plus. Quelle chance a-t-il d'atteindre ce but ? Quand aura-t-il plus de 3 virus ?

REPONSE :

Loi de poisson :

a. P (k < = 1) = P(k = 0) + P(k = 1) **= 0,9953**
b. P (k > 3) = 1- P(k=3) **-** P(k = 2) – P(k = 1) – P(k = 0) = **0,000003847**

11. La probabilité d'obtenir une génisse lors d'un vêlage est de 0,45. Quelle est la probabilité d'obtenir 7 génisses lors de 20 naissances ? Pourquoi cette probabilité ne vaut-elle pas $0{,}45^7$? Quand vaudra-t-elle cette valeur ?

REPONSE :

Loi binomiale :

a. P(r = 7) = **0,12207**

b. Cette probabilité ne vaut pas $0{,}45^7$ car il y a 20 naissances et qu'il faut prendre en compte les 13 cas où ce ne sont pas des génisses. De plus, il y a plusieurs possibilités d'avoir 7 génisses sur 20 naissances.
c. La probabilité vaut $0{,}45^7$ si on cherche la probabilité d'avoir 7 génisses sur 7 naissances.

12. Une affection bovine, caractérisée par de la syndactylie et des problèmes respiratoires, est causée par un variant génétique rare (p=0,01). La tare est une tare récessive. Quelle est la probabilité d'observer 1 individu dans un pool aléatoire de 1000 individus ? Utilisez une distribution binomiale et une distribution de Poisson.

REPONSE :

a. Loi binomiale : P(r = 1, p=0,0001) = **0,09049**
b. Loi de poisson : P(k = 1, p=0,0001) = **0,09048**

13. Les cas de dysplasie de la hanche dans une race de chiens sont classifiés en 3 catégories : légère (30%), moyenne (60%) et sévère (10%). Quelle est la probabilité d'avoir 12 cas légers et 8 cas moyens dans un élevage de 20 chiens ?

REPONSE :

Loi multinomiale : P(r = 12, 8, 0) = **0,001124**

14. Quelle est la probabilité d'avoir un chien de plus de 60 cm en prélevant 5 chiens dans deux races (10 chiens au total) dont 60 cm est le percentile 80 et 85 respectivement ?

REPONSE :

Loi binomiale et axiome des probabilités :

P(r = 1|race 1) ET P(r = 0|race 2) = 0,4096 * 0,4437 = 0,1817
P(r = 1|race 2) ET P(r = 0|race 1) = 0,3915 * 0,32768 = 0,1283

P(r = 1) = 0,1817 + 0,1283 = **0,31**

15. Vous souhaitez éprouver un nouveau test de dépistage pour une maladie du chien, devant être prochainement utilisé en routine. Vous le testez sur un total de 300 chiens, pour lesquels la prévalence de la maladie observée est de 22%. Parmi les chiens en bonne santé, 13 présentent un test positif. Vous savez que la sensibilité du test est de 89%.

Déterminez (en arrondissant les effectifs calculés à l'entier) :

a) La spécificité du test.
b) La probabilité d'être sain sachant que le test est négatif (aussi appelée Valeur Prédictive Négative).
c) La probabilité d'être malade si le test est positif. A quoi correspond cette probabilité ?

REPONSE :

a) Spécificité = 94,4 %
b) VPN = 96,9 %
c) VPP = 81,9 %

16. Calculez de deux manières différentes la probabilité de tirer deux vaches malades en prenant 2 vaches au hasard dans une étable de 50 animaux où une maladie est présente à raison de 4 %.

REPONSE :

Sans remise :

P(M1)*P(M2|M1) = **0,0008163**

Loi hypergéométrique : p= **0,0008163**

17. Le dosage de substances radio-actives s'effectue en comptant le nombre de particules émises pendant un temps donné. Soit une source radio-active émettant, en moyenne, une particule par minute. Le comptage se poursuit pendant plusieurs centaines de minutes, pendant lesquelles les particules sont émises au hasard. Dans quel pourcentage de ces minutes:

a) N'y aura-t-il aucune particule émise ?
b) Y aura-t-il une particule émise ?
c) Y aura-t-il deux particules ou plus émises ?

REPONSE :

Loi de Poisson :

a. P(k = 0) = **0,3679**
b. P(k = 1) = **0,3679**
c. P(k >=2) = 1- P(k = 1) – P(k = 0) = **0,2642**

18. On ensemence une série de 20 tubes avec un même volume (0,1 ml) d'un liquide contenant des bactéries. Après incubation, 3 tubes sont restés stériles. Quelle est la concentration moyenne de ce liquide en bactéries?

REPONSE :

Loi de Poisson : P(k = 0) = 3/20 => m = **1,897**

19. Si la probabilité qu'un individu soit victime d'un choc sérique après injection d'un sérum donné est de 0,001, déterminez la probabilité que, parmi 2000 individus traités, soient victimes de ce choc:

a) exactement 3 individus.
b) plus de 2 individus.

REPONSE :

Loi de Poisson :

a. P(k = 3) = **0,1804**
b. P(k > 2) = 1- P(k = 0) – P(k = 1) –P(k = 2) = **0,3233**

OU

Loi binomiale :

a. P(r = 3) = **0,1805**
b. P(r > 2) = 1- P(r = 0) – P(r = 1) – P(r = 2) = **0,3233**

20. Voici le poids de 20 chiens de race Berger Allemand, tous sexes confondus, exprimés en kg :

2 9	2 8	3 0	3 5	3 5	3 3	3 1	3 0	3 6	3 7	3 8	3 7	3 5	3 3	3 1	2 9	2 8	2 8	3 4	3 5

On demande de calculer :

a) la somme des écarts au carré
b) la moyenne arithmétique
c) la moyenne géométrique
d) la moyenne harmonique
e) la variance
f) la déviation standard
g) l’erreur standard
h) le coefficient de variation
i) la médiane
j) le mode
k) le 3e quartile
l) le maximum
m) le minimum
n) l’étendue

REPONSE :

a) 212,8
b) 32,6
c) 32,4358
d) 32,2715
e) 11,2
f) 3,3466
g) 0,7483
h) 10,2656%
i) 33
j) 35
k) 35

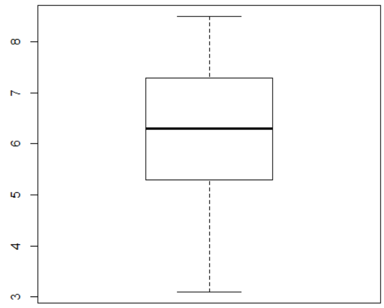
l) 38
m) 28
n) 10

21. Voici un diagramme. Décrivez-le et réalisez le box plot de manière simplifiée (quartiles, médiane, moyenne, étendue, minimum & maximum).

8	5
8	00
7	6677
7	33444
6	66688889
6	223334
5	55667
5	33344
4	688
4	0112
3	
3	12

REPONSE :

Graphique stem and leaf
n = 45
Quartiles: 1er Q = 5,3 ; Médiane = 6,3 ; 3ème Q = 7,3
Moyenne = 6,11
Minimum = 3,1 ; Maximum = 8,5 ; Etendue = 5,4



22. Considérons une expérience au cours de laquelle un dé et une pièce de monnaie sont jetés successivement (dans cet ordre). Etablissez la liste des événements possibles et attribuez-leur une probabilité. Déterminez la probabilité de chacun des événements suivants :
a) face 6 du dé suivie de face sur la pièce
b) chiffre pair sur le dé suivi de pile sur la pièce
c) chiffre pair sur le dé
d) pile sur la pièce de monnaie
e) pile ou 6 sur le dé

REPONSE :

a) 1/12
b) 3/12
c) 6/12 = ½

d) 6/12 = ½
e) 7/12

23. Un particulier élève 15 lapins. Ne voulant pas vacciner ses lapins contre la myxomatose, il pense qu'en examinant deux lapins pris au hasard tous les jours, il détectera suffisamment tôt la maladie. La prévalence de la myxomatose dans sa région est de 0,13. Si son élevage est contaminé, après combien de jours détectera-t-il la maladie au seuil 99%?

REPONSE :

Loi binomiale : n > 16,53 => à partir du 17ème jour.

24. Dans une exploitation laitière donnée, les vaches sont réformées après 6 lactations. L'exploitant souhaite savoir combien de veaux femelles chaque vache a donné au cours de sa vie dans l'exploitation. Il effectue donc une étude rétrospective sur les 10 dernières années, uniquement avec les vaches ayant eu 6 lactations. Il obtient les résultats suivants :

Nb veaux femelles sur les 6 lactations	Effectifs observés
0	4
1	12
2	25
3	30
4	19
5	8
6	2

a) Sachant que le sex ratio vaut 50%, on demande de calculer la distribution binomiale théorique
b) Calculez les moyenne, valeur p, variance et déviation standard observées
c) Calculez les moyenne, variance et déviation standard théoriques
d) Combien de veaux auront été produits par ces vaches ?

REPONSE :

a)

Nb veaux femelles sur les 6 lactations	Effectifs observés	Probabilité théorique	Effectifs théoriques
0	4	0,015625	1,56
1	12	0,09375	9,375
2	25	0,234375	23,4375
3	30	0,3125	31,25
4	19	0,234375	23,4375
5	8	0,09375	9,375
6	2	0,015625	1,5625

b) Moyenne = 2,8
Variance = 1,7575
Déviation standard = 1,3257
c) Moyenne = 3

Variance = 1,50
Déviation standard = 1,22

d) 280

25. Un saumon sur 5000, capturés en Alaska, présente des parasites qui le rendent impropre à la consommation humaine. Trouvez la probabilité que, dans un bateau ayant pêché 1800 poissons, maximum deux poissons soient détruits suite à cette infestation.

REPONSE :

- Soit loi binomiale : P(<=2) = 0,994056
- Soit loi de Poisson : P(<=2) = 0,994049

26. Voici une table montrant la distribution des probabilités de vente de chevaux par mois dans un haras national :

Nb de chevaux vendus / mois	Probabilité
0	0,05
1	0,05
2	0,10
3	0,15
4	0,20
5	0,15
6	0,15
7	0,10
8	0,05

a) Montrez que les probabilités ci-dessus correspondent bien à une distribution correcte
b) Générez la distribution cumulée du nombre de chevaux vendus par mois
c) En utilisant cette distribution cumulée, trouvez la probabilité que le nombre de chevaux vendus soit d'au moins 3 et moins de 7 en un mois
d) Trouvez la probabilité que maximum 5 chevaux soient vendus en un mois
e) Trouvez la variance et la déviation standard de cette distribution

REPONSE :

a) Somme des probabilités = 1
b) V

Nb de chevaux vendus / mois	Probabilité	Probabilité cumulée
0	0,05	0,05
1	0,05	0,10
2	0,10	0,20
3	0,15	0,35
4	0,20	0,55
5	0,15	0,70
6	0,15	0,85
7	0,10	0,95

8	0,05	1,00

c) 0,65
d) 0,70
e) Variance = 4,1875 ; Déviation standard = 2,046

27. De plus en plus d'employeurs utilisent le test psychologique comme une aide pour déterminer s'il existe de bonnes chances d'adaptation d'un candidat au sein de l'entreprise. Les données suivantes représentent les scores obtenus lors du test psychologique par un groupe de candidats.
Les scores sont groupés par classes :

Score	**Nombre**
41-50	5
51-60	7
61-70	10
71-80	16
81-90	11
91-100	9

On demande :
a) le type de variables
b) la moyenne
c) la variance
d) la déviation standard
e) la classe modale
f) la médiane
g) le 1er quartile
h) les fréquences relatives
i) les fréquences cumulées

REPONSE :

a) score = variable continue rendue discrète
Nombre = variable continue
b) 73,7759
c) 225,0437
d) 15,001
e) 71-80
f) 71-80
g) 61-70

Score	Nombre	Fréquences relative
41-50	5	0,0862
51-60	7	0,1207
61-70	10	0,1724
71-80	16	0,2759
81-90	11	0,1896
91-100	9	0,1552

h)

Score	Nombre	Fréquences cumulées
41-50	5	5
51-60	7	12
61-70	10	22
71-80	16	38
81-90	11	49
91-100	9	58

28. Voici un diagramme. Donnez-en le nombre de valeurs, la somme des valeurs, la moyenne et la variance.

6	5
6	00
5	6677
5	33444
4	66688889
4	223334
3	55667
3	33344
2	688
2	0112
1	
1	12

REPONSE :

Nombre de valeurs = 45
Somme = 185
Moyenne = 4,111
Variance = 1,76

29. Voici 20 cadres d'une entreprise dont on note l'âge et le sexe : 34F, 49M, 27M, 63F, 33F, 29F, 45M, 46M, 30F, 39M, 42M, 30F, 48M, 35F, 32F, 37F, 48F, 50M, 48F, 61F. Quelle est la probabilité de choisir un cadre de sexe féminin ou de plus de 50 ans ? Ou répondant aux 2 critères ? Si deux cadres doivent être sélectionnés pour diriger ensemble un nouveau service, quelle est la probabilité que ce soit une femme de plus de 50 ans et un homme ?

REPONSE :

Probabilité de choisir un cadre de sexe féminin ou de plus de 50 ans = 12/20
Probabilité de choisir un cadre de sexe féminin ET de plus de 50 ans = 2/20
Probabilité de choisir une femme de plus de 50 ans et un homme = 0,08421

30. Une pièce de monnaie est jetée 3 fois. Quelle est la probabilité d'obtenir deux faces et un pile ? Quelle est la probabilité d'obtenir deux faces suivies d'un pile ? Etablissez la distribution binomiale et calculez la moyenne et la déviation standard de cette distribution.

REPONSE :

Probabilité d'obtenir deux faces et un pile = 0,375
Probabilité d'obtenir deux faces suivies d'un pile = 0,125

Distribution binomiale :

Cas possible :	**Nombre de Faces**	**Probabilité**
3 Piles	0	1/8
2 Piles – 1 Face	1	3/8
1 Piles – 2 Faces	2	3/8
3 Faces	3	1/8

Moyenne : 1,5 Face
Déviation standard : 0,866

31. Calculer la probabilité de ne pas détecter la présence de chiens dysplasiques de la hanche dans un chenil de 25 Bergers allemands, sachant que la prévalence de la maladie dans cette race est de 0,15.

REPONSE :

Loi binomiale : p = 0,0171978

32. On sait que la tuberculose aviaire a une fréquence de 1/5000 en Wallonie. Dans un élevage de 30000 volailles, calculez de deux manières différentes la probabilité d'avoir une volaille atteinte dans l'élevage.

REPONSE :

Loi binomiale : p =0,014866
Loi de poisson : p= 0,014872

33. Vous êtes vétérinaire rural, responsable de la médecine de troupeau de nombreuses exploitations. Vous travaillez énormément en prévention des pathologies et vous vous intéressez à une nouvelle méthode de dépistage d'une maladie respiratoire fréquente dans les élevages. La prévalence de la maladie est de 30%. Le test annonce une spécificité de 92,86% et une sensibilité de 88,36%.

a) Quelle est la probabilité d'observer un individu à la fois malade et présentant un test + ? A quoi cela correspond cette probabilité d'un point de vue épidémiologique ?
b) Quelle est la Valeur Prédictive Positive du test ?

REPONSE :

a) P(test + et malade) = vrai positif = 26,5 %
b) VPP = 84,1 %

34. Un éleveur achète un lot de 10 vaches. Par manque de temps, à l'arrivée du lot, il n'examine que 5 vaches prises au hasard pour voir s'il n'y a pas de problème particulier. Si dans le lot de 10 vaches, 2 présentent un problème quelconque, quelle est la probabilité qu'au moins une des 5 vaches examinées présente un problème ?

REPONSE :

Loi hypergéométrique : p = 0,7778

35. On extrait au hasard une boule d'une boîte contenant 6 boules rouges, 4 boules blanches et 5 boules bleues. Déterminer la probabilité d'avoir une boule :

a) Rouge.
b) Blanche.
c) Bleue.
d) Pas rouge.
e) Rouge ou blanche.

Si on extrait successivement trois boules de la boîte, quelle est la probabilité pour que les trois boules soient extraites dans l'ordre rouge, blanche et bleue, quand chaque boule

f) Est remise dans la boîte ?
g) N'est pas remise dans la boîte ?

REPONSE :

a) 6/15
b) 4/15
c) 5/15
d) 9/15
e) 10/15
f) 0,03556
g) 0,043956

36. On joue deux fois avec un dé bien équilibré. Quelle est la probabilité d'obtenir 4, 5 ou 6 la première fois et 1, 2, 3 ou 4 la seconde fois ?

REPONSE :

0,33

37. Un sac contient 5 boules blanches et 2 boules noires ; un autre sac contient 3 boules blanches et 5 boules noires. Quand on extrait une boule dans chaque sac, quelle est la probabilité pour que

a) Les deux boules soient blanches ?
b) Les deux boules soient noires ?
c) Une des boules soit blanche et l'autre noire ?

REPONSE :

a) 0,267857
b) 0,17857
c) 0,55357

38. Un sac contient 2 boules blanches et 3 boules noires. Quatre personnes A, B, C et D tirent dans l'ordre indiqué une boule et ne la remettent pas dans le sac. La première qui tire une boule blanche reçoit 10 €. Calculer les espérances mathématiques des 4 personnes.

REPONSE :

Espérance mathématique = gain moyen
A = 4€, B= 3€, C=2€, D=1€

39. De combien de façons différentes 7 personnes peuvent-elles s'asseoir autour d'une table ronde si

a) Elles peuvent s'asseoir à n'importe quelle place ?
b) 2 personnes particulières ne doivent pas s'asseoir l'une à côté de l'autre ?

REPONSE :

a) 5040
b) 3360

40. On extrait 5 cartes d'un jeu de 52 cartes bien battues. Quelle est la probabilité pour que

a) 4 cartes soient des as ?
b) 4 cartes soient des as et la 5_e un roi ?
c) 3 cartes soient des dix et 2 des valets ?
d) l'on ait 3 cartes d'une même couleur et 2 d'une autre même couleur ?
e) au moins une carte soit un as ?

REPONSE :

Sans remise :

a) 0,000185

b) 0,0000003078 = 3,078 $*10^{-7}$
c) 0,00000923
d) Couleur = rouge ou noir. p=0,650
e) 0,3411