

1^{ère} baccalauréat en Sciences Vétérinaires

Biostatistiques – Travaux dirigés

Séance de TD n°2 : Corrigé

1. On a lancé 120 fois un dé. Trouver la probabilité pour que le 4 apparaisse
- 18 fois ou moins
 - 14 fois ou moins,
- sous l'hypothèse que le dé est parfait (càd chaque face est équiprobable).

REPONSE :

Approximation normale :

- 0,3121
- 0,0708

2. Si, dans une race bovine, la durée moyenne de gestation est de 280 jours avec déviation standard égale à 5, quelle est la proportion des vaches dont la durée de gestation s'écarte de +/- 10 jours de la moyenne ?

REPONSE :

Test de Z : $p = 0,0456$

3. Sachant que, en moyenne, 50 % des œufs donnent des poussins mâles, combien d'œufs faut-il mettre en incubation pour avoir au moins 20 poulettes, dans 99,9 % des cas ?

REPONSE :

Approximation normale :
65 œufs.

4. Quelle proportion de l'aire délimitée par la courbe de Gauss et l'axe des X, est comprise entre les limites suivantes :

- de - l'infini à -2,94
- de -0,54 à 1,24
- de +1,84 à +2,31
- de +2,51 à + l'infini

REPONSE :

- 0,0016
- 0,5978
- 0,0225
- 0,006

5. On a calculé les numérations globulaires (en $10^6/\text{mm}^3$) de 20 porcelets âgés de 20 semaines :

4,3	6,4	7,4	9,1
5,2	6,6	7,5	9,3
5,3	6,7	7,8	
5,8	6,9	8,0	
6,0	7,1	8,4	
6,3	7,2	8,7	

a) On demande de calculer la moyenne et la variance observées de cet échantillon de données.

b) Si cet échantillon provient d'une population distribuée normalement avec moyenne de 7 et déviation standard de 1,2, on demande quel pourcentage théorique de porcelets aurait une numération supérieure à 9 ? Observe-t-on le même pourcentage dans l'échantillon ?

c) Un porcelet, ayant reçu une alimentation spéciale, a une numération de 9,2. Quelle est la probabilité qu'une numération aussi élevée soit due uniquement à la chance ?

REPONSE :

- a) Moyenne = 7 ; Variance = 1,7695
- b) Pourcentage théorique = 4,75% ; Pourcentage observé = 10%
- c) $p = 0,0336$

6. On considère généralement que le poids des enfants à la naissance suit une distribution normale, de moyenne 3,4 kg et de variance 0,25 kg². On suspecte cependant que les femmes diabétiques mettent au monde des enfants qui ont en moyenne un poids inférieur à 3,4 kg. Afin de vérifier cette hypothèse, on a relevé le poids de 25 enfants nés de mères diabétiques et le poids moyen observé a été de 3,3 kg. On demande :

a) Quelle est la probabilité d'observer un poids moyen aussi élevé ou plus élevé si les enfants nés de mères diabétiques obéissent à la loi générale ?

b) Quelle hypothèse acceptera-t-on ?

REPONSE :

- a) $p = 0,8413$
- b) On accepte l'hypothèse que les mères diabétiques mettent au monde des enfants qui ont un poids moyen identique à des enfants né de mères non-diabétiques.

7. Dans une population humaine, la quantité d'urée dans le sang, exprimée en mg %, est une variable aléatoire normale de moyenne 27 et d'écart-type 5 chez les hommes, tandis que chez les femmes, la moyenne est de 26,4 et la variance 64.

a) Lorsqu'on prend un individu au hasard, calculez la probabilité que son urémie soit inférieure à 22,4 mg % suivant qu'il s'agit d'un homme ou d'une femme.

b) Déterminez une limite x_1 , appelée seuil pathologique, telle qu'il y ait 2,5 % d'hommes dont l'urémie est supérieure à x_1 .

REPONSE :

- a) $p_{\text{homme}} = 0,1788$; $p_{\text{femme}} = 0,3085$
- b) $x_1 = 36,8$

8. Dans un élevage de souris, la taille des portées est en moyenne de 10 jeunes, avec déviation standard 2,5. Combien faut-il produire de nichées pour avoir 97,5 chances sur 100 de produire au moins 50 jeunes ? On admet que la taille des portées est distribuée normalement.

REPONSE :

Adaptation de la formule de Z pour tenir compte de l'échantillon :
7 nichées.

9. A supposer que le taux de fécondation soit de 60 %, combien de vaches faut-il inséminer pour produire au moins 15 femelles, dans 97,5 % des cas ? Donnez les formules, indiquez la marche à suivre en remplaçant les variables par leurs valeurs (Egale proportion des sexes).

REPONSE :

Approximation normale :
Il faut inséminer 77 vaches.

10. Dans un test de dépistage de la présence (à l'état hétérozygote) d'une tare récessive chez un reproducteur, on émet l'hypothèse (nulle) que le reproducteur est indemne. Il est ensuite croisé avec 5 femelles hétérozygotes (comment le sait-on ?) afin de tester l'hypothèse nulle. Déterminez α , β et la puissance du test.

Combien faut-il effectuer de croisements afin d'obtenir une puissance de 99% ?

REPONSE :

Il faut effectuer 16 croisements.

11. Un éleveur espère obtenir des génisses ayant une production supérieure à 5000 litres de lait (en 305 jours de lactation). Il en achète 20 issues d'une lignée où la production moyenne des vaches est de 6000 litres, la déviation standard étant de 750 litres. On suppose que la distribution des productions dans cette lignée a une répartition normale. Quelle est la probabilité qu'une génisse produise minimum 5000 litres de lait lors de sa première lactation ? Quelle est la probabilité que, sur les 20 génisses, 5 d'entre elles produisent plus de 6500 litres de lait ?

REPONSE :

- a. Test de Z : $p = 0,9082$
- b. Binomiale : $p = 0,2023$

12. Sachant qu'en moyenne, 50% des oeufs donnent des poussins mâles, combien d'œufs faut-il mettre en incubation pour avoir au moins 20 poulettes dans 95 % des cas ? (2 méthodes).

REPONSE :

- 1^{ère} façon : approximation normale : il faut 52 œufs
- 2^{ème} façon : Binomiale (plus long sans logiciel) : il faut 51 œufs

13. On a pesé le contenu de 250 flacons de pénicilline, ce qui a permis de donner aux paramètres μ et σ les valeurs suivantes: $\mu = 126$ mg et $\sigma = 4$ mg. La population est supposée normale. Le sel de pénicilline utilisé titre 1600 unités par mg. L'activité annoncée sur l'étiquette est de 200000 unités, et, pour obéir aux prescriptions du Codex, l'activité contenue réellement dans le flacon doit être égale à au moins 95% de celle qui est renseignée sur l'étiquette. Quelle proportion de lots sera inférieure à ce poids ?

REPONSE :

Test de Z :
P = 0,0351

14. Trouvez la probabilité de :

- de $P(-1 < Z < 1)$.
- de $P(-1,96 < Z < 1,64)$.
- de $P(-2,33 < Z < 2,33)$.
- de $P(-1,64 < Z < 3)$.
- qu'une variable normale standardisée soit comprise entre -2 et -1 .
- qu'une variable normale standardisée soit comprise entre $-2,5$ et $-1,2$.
- qu'une variable normale standardisée soit supérieure à $3,02$.
- qu'une variable normale standardisée soit supérieure à $-0,6$.

Faites une représentation graphique pour chaque situation

REPONSE :

- 0,6826
- 0,9245
- 0,9802
- 0,9482
- 0,1359
- 0,1089
- 0,0013
- 0,7257

15. Un outil de mesure est calibré de telle sorte que les erreurs de mesure soient distribuées normalement avec une moyenne 0 et une déviation standard de 1. Trouvez la probabilité qu'une erreur se situe entre -2 et 2 . Faites une représentation graphique.

REPONSE :

p = 0,9544

16. Si X suit une distribution $N(-44, 16^2)$, quelle est la probabilité que X soit supérieur à 0 ? Faites une représentation graphique.

REPONSE :

p = 0,003

17. Une automobile a une consommation en essence sur autoroute qui est distribuée normalement avec une moyenne et une déviation inconnues. Le fabricant sait, toutefois, que 80% du temps, la voiture consomme plus de 8 litres au 100 km et que 40% du temps, elle consomme plus de 9 litres au 100 km. Trouvez la moyenne et la déviation standard de la consommation en essence sur autoroute de cette voiture.

REPONSE :

Moyenne = 8,765

Déviation standard = 0,9

18. A supposer que le taux de fécondation des juments soit de 60% et qu'il existe une égale proportion des sexes à la naissance, combien de juments faut-il inséminer pour obtenir 20 pouliches dans 97,5% des cas ? (Indiquez la marche à suivre et les formules)

REPONSE :

Approximation normale :

Il faut inséminer 96 juments.

19. Sachant qu'en moyenne, 50% des œufs donnent des poussins mâles mais que durant la phase de croissance jusqu'à la mise à la reproduction, il y a 15% de mortalité, combien d'œufs faut-il mettre en incubation pour obtenir 100 poules reproductrices dans 99,9% des cas ?

REPONSE :

Approximation normale :

Il faut mettre 300 œufs en incubation.

20. Supposons que nous échantillonnions au sein d'une population de variance 1000000. Nous souhaitons que la déviation standard de la moyenne d'échantillon soit d'au moins 25. Quelle est la taille minimum de l'échantillon qui doit être utilisée ?

REPONSE :

$n = 1600$

21. La déviation d'une aiguille magnétisée par rapport au pôle magnétique est distribuée normalement avec une moyenne 0 et une déviation standard de 1,2. Trouvez la probabilité que la valeur absolue de la déviation par rapport au pôle nord à un moment donné soit supérieure à 2,4.

REPONSE :

Test de Z :

$p = 0,0456$

22. Si X suit une distribution $N(500,20^2)$, quelle est la probabilité que X soit supérieure à 555 ?

REPONSE :

$$p = 0,003$$

23. Le pourcentage de protéines contenu dans une certaine marque d'aliments pour chiens est distribuée normalement avec une moyenne de 11,2% et une déviation standard de 0,6%. Le fabricant voudrait signaler sur l'emballage que le produit contient au moins $x_1\%$ de protéines et pas plus de $x_2\%$ de protéines. Il souhaite que cela soit vrai pour 99% des sacs vendus.

Déterminez x_1 et x_2 .

REPONSE :

- $x_1 = 9,652$
- $x_2 = 12,748$

24. Dans l'espèce bovine, le sex ratio est de 0,5 et la viabilité post-natale de 80%. Un éleveur souhaiterait savoir combien de vaches doivent vêler pour obtenir au minimum 10 veaux femelles vivants dans 99% des cas.

REPONSE :

Approximation normale :
Il faut que 44 vaches vêlent.

25. Sachant que le pourcentage de graisses dans le corps d'un chien peut être approximativement représenté par une variable normale de moyenne 15% et de déviation standard 3% et qu'un pourcentage de graisses supérieur ou égal à 20% caractérise le chien d'obèse, quelle est la probabilité qu'un échantillon aléatoire de 20 chiens comptent moins de 4 chiens obèses ?

REPONSE :

Loi binomiale : $p = 0,9866$
Approximation normale : $p = 0,9842$

26. La durée de la gestation dans l'espèce féline, basée sur les dosages hormonaux, est en moyenne de 63 jours avec une déviation standard de 2. Si un éleveur souhaite savoir la proportion de chattes dont la durée de gestation sera supérieure à 66 jours ? Donnez l'intervalle de confiance à 95% de la date d'accouchement.

REPONSE :

- a) $p = 0,0668$
- b) Intervalle de confiance à 95% = 59,08 à 66,92